

НЕЛИНЕЙНОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН СО ВСТРЕЧНОЙ ЗВУКОВОЙ ВОЛНОЙ

В работах [1], [2], [3], [4] рассматривалось коллинеарное взаимодействие трех попутных волн — двух электромагнитных и акустической в одноосных кристаллах, в которых доминирующим нелинейным эффектом является нелинейная электрострикция. При этом частоты и волновые числа удовлетворяли условиям фазового синхронизма $\omega_1 = \omega_2 + 2\Omega$, $k_1 = k_2 + 2K$. Однако, оказывается, что условия синхронизма могут выполняться также и для двух коллинеарных электромагнитных и встречной сдвиговой звуковой волны. Для механизма линейной электрострикции взаимодействие параллельных электромагнитных волн со встречной акустической волной частоты $\Omega = s(n_3 - n_1)\omega_1/c$ в волоконных световодах было рассмотрено в [5], [6]. Показано, что в приближении постоянной накачки (которой является электромагнитная волна большей частоты) в такой системе из-за наличия встречных волн может иметь место конвективная неустойчивость [7], а результаты численных расчетов указывают на весьма большую длительность нестационарных процессов, даже при учете затухания в системе (что может быть использовано для создания мощных генераторов звука в волоконно-оптических системах). В [6] показано, что при акустоэлектромагнитном взаимодействии на обратном звуке в случае накачки на промежуточной частоте возможно формирование трехволновых акустооптических солитонов огибающих, скоростью которых можно управлять путем модуляции накачки на входе (при этом возможность управления существенно расширяется по сравнению со случаем попутного взаимодействия). Исследованию аналогичного взаимодействия для механизма квадратичной электрострикции (с тем отличием, что в таких процессах фотон электромагнитного излучения распадается на фотон меньшей частоты и два акустических фонона) посвящена данная работа.

Рассмотрим кристалл тригональной симметрии класса (3m), полагаем, что система координат совмещена с кристаллографическими осями. Геометрическая картина взаимодействия совпадает с [1]. Исходная система уравнений имеет вид

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{\epsilon_{1,3}}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) E_{y,z} &= \frac{1}{c^2} \left((g_3 \cdot E_{z,y} + g_{1,2} \cdot E_{y,z}) \left(\frac{\partial U}{\partial x} \right)^2 \right), \\ \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{1}{s^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) U &= \frac{1}{4\pi\rho s^2} \frac{\partial}{\partial x} \left((g_3 E_y E_z + g_1 E_y^2 + g_2 E_z^2) \frac{\partial U}{\partial x} \right), \end{aligned} \quad (1)$$

где $\epsilon_{1,3}$ — диагональные компоненты тензора диэлектрической проницаемости [8], g_i — компоненты тензора нелинейной электрострикции, s — скорость звука, ρ — плотность кристалла, E_y, E_z — амплитуды электромагнитных волн, U — смещение встречной акустической волны. Решение (1) ищем в виде:

$$\begin{aligned} E_{y,z} &= E_{1,2}(x,t) \exp(i(\omega_{1,2}t - k_{1,2}x)) + \text{conj}g., \\ \tilde{u} &= U(x,t) [\tilde{e}_y + \kappa \tilde{e}_z] \exp(i(\Omega t + Kx)) + \text{conj}g., \end{aligned} \quad (2)$$

где $E_{1,2}$ — медленноменяющиеся амплитуды электромагнитных волн, U — амплитуда встречной звуковой волны, $\kappa = u_z/u_y = 0.86$ [8]. Используя стандартную методику [9] (в приближении слабонелинейной среды) нетрудно получить систему укороченных уравнений, учитывая при этом, что наиболее сильная перекачка энергии будет осуществляться для волн, частоты и волновые числа которых удовлетворяют условиям фазового синхронизма: $\omega_2 = \omega_1 + 2\Omega$, $k_2 = k_1 - 2K + \delta k$, где $\delta k \ll k_{1,2}$, K — малая расстройка. При этом частота звука Ω равна $\omega_2(n_1 - n_3)/2c$, $n_{1,3} = \sqrt{\epsilon_{1,3}}$ — показатели преломления) и обычно лежит в ультразвуковом диапазоне. В безразмерных переменных уравнения описывающие динамику медленноменяющихся комплексных амплитуд, имеют вид:

$$\begin{aligned}\frac{\partial A_1}{\partial z} &= i(A_2 A_3^* \exp(i\delta\theta) - 2R_1 A_1 |A_3|^2), \\ \frac{\partial A_2}{\partial z} &= i(A_1 A_3^* \exp(-i\delta\theta) - 2R_2 A_2 |A_3|^2), \\ \left(\frac{\partial}{\partial z} - \frac{\partial}{\partial \tau} + G\right) A_3 &= i(A_1^* A_2 A_3^* \exp(-i\delta\theta) - A_3(R_1 |A_1|^2 + R_2 |A_2|^2)),\end{aligned}\quad (3)$$

где сохранены обозначения введенные в [1]. При выводе первых двух уравнений системы (3) пренебрегли слагаемыми $(sn_{1,3}/c)\partial A_{1,2}/\partial \tau$ по параметру $sn_{1,3}/c \sim 10^{-4} \ll 1$ (эти составляющие связаны с переходными процессами распространения электромагнитных волн). Таким образом, в дальнейшем мы ограничимся рассмотрением процессов, скорость которых мала по сравнению со скоростью света. Полагаем также, что затухание электромагнитных волн пренебрежимо мало по сравнению с затуханием звука и поэтому далее не учитывается. Из (3) при $R_1 \simeq R_2$ (что соответствует слабоанизотропным кристаллам) можно получить следующее уравнение для W , определяющее полную энергию акустического поля в кристалле:

$$\begin{aligned}\left(\frac{\partial}{\partial \tau} + 2G\right) W &= F(W), \\ F(W) &= f_1 f_2 \sin(2W) + (f_2^2 - f_1^2) \sin^2(W) + f_3^2 - A_3^2(0, \tau),\end{aligned}\quad (4)$$

$$W(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} A_3^2(z', \tau) dz'$$

Из (4) следует, что уравнение для W незамкнутое, поскольку в него входит величина модуля амплитуды звуковой волны на границе $A_3^2(0, \tau)$, которая сама должна быть определена из решения (3). Однако, для случая достаточно локализованных акустических возбуждений (таких, что можно считать $A_3^2(-\infty, \tau) = 0$, что эквивалентно удалению границ кристалла на бесконечность) качественный анализ эволюции полной энергии акустического сигнала можно произвести графически. Точки пересечения $F(W)$ и $2GW$ определяют стационарные энергетические состояния (для которых $\partial W/\partial \tau = 0$). Из графиков видно, что если в начальный момент времени $\tau = 0$ начальная энергия акустического сигнала W_0 попадает в область где $\partial W/\partial \tau > 0$, то энергия звукового поля будет нарастать до стационарных значений (движение слева направо), если $\partial W/\partial \tau < 0$, то будет происходить уменьшение энергии акустического сигнала. При достаточно малом затухании звука $G \ll 1$ кривая $F(W)$ имеет несколько точек пересечения с $2GW$. Если $W_0 \gg \pi$ то в такой системе

происходит формирование мультиимпульсных состояний (что может приводить к процессам самоорганизации), при этом число импульсов определяется количеством точек пересечения слева от W_0 .

Представляет интерес также непосредственная динамика начальных локализованных состояний. Для слабо анизотропных кристаллов и когда $G = 0$, $f_1(\tau) = 0$ удается найти решение системы (3) в общем виде. В этом случае выражения для модулей амплитуд имеют вид ($A_i = |A_i| \exp(i\varphi_i)$ — знак модуля в дальнейшем опускаем):

$$A_1^2 = f_2^2(\tau) \sin^2(F(z, \tau)) \quad A_2^2 = f_2^2(\tau) \cos^2(F(z, \tau)) \quad A_3^2 = \frac{\partial F(z, \tau)}{\partial \tau} \quad (5)$$

$$F(z, \tau) = \operatorname{arctg}(\operatorname{ctg}(F_0(\eta)) - \int_{\eta}^{\tau} f_2^2(\tau') d\tau'), \quad \eta = z + \tau,$$

где $F_0(\eta) = \int_{-\infty}^{\eta} A_{30}^2(z') dz'$. Отметим, что в (5) входит неконкретизованная заранее огибающая начальной затравки $F_0(\eta)$. Это позволяет исследовать пространственно-временную эволюцию волн в режиме существенного истощения волны накачки.

В качестве иллюстрации динамики огибающих уединенных волн более подробно рассмотрим некоторые частные случаи, достаточно полно отражающие существенные особенности данного взаимодействия. При этом полагаем, что $G = 0$, а границы удалены на $\pm\infty$, что соответствует локализованному сигналу):

1. Для начального лоренцева импульса

$A_{30}^2(z) = \alpha/(1 + (\alpha z)^2)$ ($f_1 = 0$) получаем:

$$A_3^2 = \alpha P(z, \tau), \quad A_2^2 = f_2^2(\tau)(1 - P(z, \tau)) \quad (6)$$

$$A_1^2 = f_2^2(\tau)P(z, \tau)$$

$$P(z, \tau) = (1 + (\alpha\eta + \int_{\eta}^{\tau} f_2^2(\tau') d\tau')^2)^{-1}$$

Когда $f_1 = 1$ из (6) получим $A_3^2 = \alpha/(1 + (\alpha(z - v\tau))^2)$ — уединенную волну, распространяющуюся со скоростью $v = -(1 + 1/\alpha)$ (при этом A_2 и A_1 имеет вид "темного" солитона и уединенной волны соответственно).

2. При существовании гиперболической "затравки"

$A_{30}^2(z) = \alpha/\cosh(\alpha z)$ ($f_1 = 0$) имеем:

$$A_3^2 = \alpha \cosh(\alpha\eta) S(z, \tau), \quad A_2^2 = f_2^2(\tau)(1 - S(z, \tau)), \quad (7)$$

$$A_1^2 = f_2^2(\tau)S(z, \tau)$$

$$S(z, \tau) = (1 + (\sinh(\alpha\eta) + \int_{\eta}^{\tau} f_2^2(\tau') d\tau')^2)^{-1}$$

Амплитуда акустического импульса будет расти по закону $A_3 \sim (1 + \int_{\eta}^{\tau} f_2^2(\tau') d\tau')^{1/4}$. Поскольку его энергия фиксирована, то с течением времени он будет сжиматься.

Из (6,7) следует что скорость вершины уединенных акустоэлектромагнитных волн связана с накачкой и амплитудой звукового импульса соотношениями: для первого случая $v = -(1 + f_2^2(\tau)/\alpha)$; для второго $v = -(1 + f_2^2(\tau)/(\alpha(1 + (\int_{\eta}^{\tau} f_2^2(\tau') d\tau')^2)^{1/2}))$.

Видно, что в случае гиперболического звукового сигнала для импульсного режима накачки наиболее значительные изменения скорости происходят на начальном этапе (когда τ мало), а при $\tau \rightarrow \infty v \rightarrow -1$. Таким образом имеет место непосредственная зависимость скорости v от функции модуляции амплитуды накачки на входе в область взаимодействия $f_2 \rightarrow \tau$) и профиля огибающей начального акустического импульса $A_{30}(z)$. В случае достаточно широких сигналов это может позволить эффективно управлять динамикой уединенных волн.

Отметим, что в отличие от уединенных волн при попутном взаимодействии [3], уединенная волна не может изменять направление движения. При этом ее скорость по абсолютному значению может быть либо больше, либо равна звуковой. Из (6), (7) видно, что для рассматриваемого вида взаимодействия возможно формирование уединенных акустоэлектромагнитных волн огибающих, динамикой которых можно управлять путем модуляции накачки на входе. Однако, возможности изменения скорости менее выражены, чем в случае, когда все волны распространяются в одном направлении.

Случай, когда $G \neq 0$, $R_1 \neq R_2$, а также, когда акустический сигнал подходит к границе (рассматривалась модель, когда акустический сигнал не отражается) исследовался численными методами. Рис.1 иллюстрирует динамику акустического сигнала при следующих параметрах: $R_1 = 1.2$, $R_2 = 0.8$, $A_{30}^2 = 0.4/ch(2(z-13))$, $G = 0.1$, $f_1 = 0$, $f_2(\tau) = 1$, $\Delta \bar{k} = 0$. Из результатов моделирования видно, что в системе из начальной акустической "затравки" формируется акустоэлектромагнитная волна, которая усиливается и сжимается. При этом обобщенная фаза в пределах вершины акустического сигнала оказывается $\pi/2$, т.е. автоматически реализуется оптимальный режим взаимодействия. В момент времени $\tau = 6$ максимальная амплитуда акустического сигнала равна $A_{max} = 3.2$, что в более чем 5 раз превосходит начальное значение. Из Рис. 2 видно, что энергия звукового импульса в момент времени $\tau = 6$ $W = 0.81\pi$ ($W_0 = 0.2\pi$). При этом, пока сигнал находится вдали от границы энергия выходит на стационарное значение $W_c = 0.7\pi$. Резкое увеличение энергии акустического поля при движении к границе (после $\tau = 6$), по видимому, связано с сильной компрессией акустоэлектромагнитной волны и, вследствие этого, выходом за пределы применимости, как численной схемы так и физической модели. Дополнительные расчеты показали, что смещение начального акустического сигнала в направлении к $z = 0$ не влияет на величину усиления по амплитуде и по энергии. Групповая скорость связанных волн вначале уменьшается до $v = -0.75$, а затем, при смещении связанных уединенных волн огибающих к границе $z = 0$ увеличивается до сверхзвуковой $v = -1.25$.

На Рис.3 изображены результаты расчетов для сильно анизотропных кристаллов $R_1 = 2.5$, $R_2 = 0.5$ ($G = 0.1$, $f_1 = 0$, $f_2(\tau) = 1$, $\Delta \bar{k} = 0$, $A_{30}^2 = 0.4/ch(2(z-13))$). Из рисунка видно, что импульс усиливается и сжимается, однако эта тенденция выражена не так ярко, как в случае показанном на Рис.1. Из Рис. 4 можно видеть, что энергия звука увеличилась от $W_0 = 0.2\pi$ до $W = 0.263\pi$ (при $\tau = 6$). При этом групповая скорость оказывается равной скорости звука в кристалле. Следовательно, при увеличении анизотропии кристалла проявление описанных выше эффектов замедляется, хотя усиление и сжатие происходит более быстро, чем в случае попутных электромагнитных волн. При этом, исходный акустический сигнал не разбивается на несколько импульсов.

Таким образом, проведенные исследования показывают, что в средах, где доминирующим нелинейным эффектом является квадратичная электрострикция, возможно формирование уединенных акустоэлектромагнитных волн,

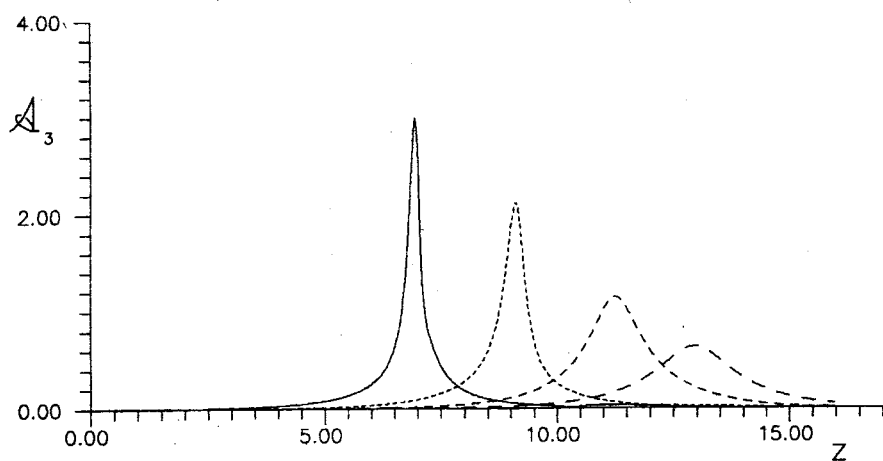


Рис.1 Зависимость модуля амплитуды звука от времени
для $\tau = 0, 2, 4, 6$

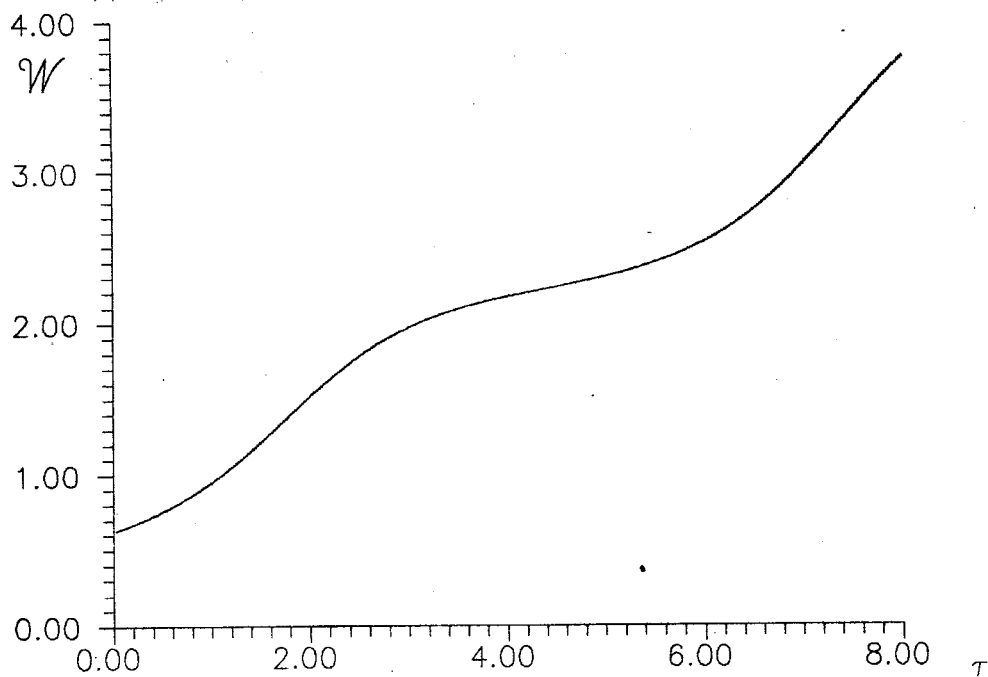


Рис.2 Зависимость энергии акустического импульса
от времени

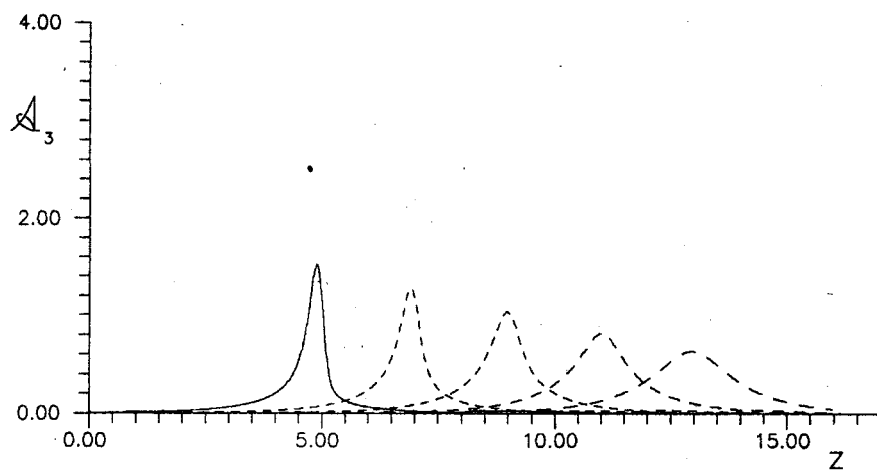


Рис.3 Зависимость модуля амплитуды звука от времени
для $\tau=0, 2, 4, 6, 8$

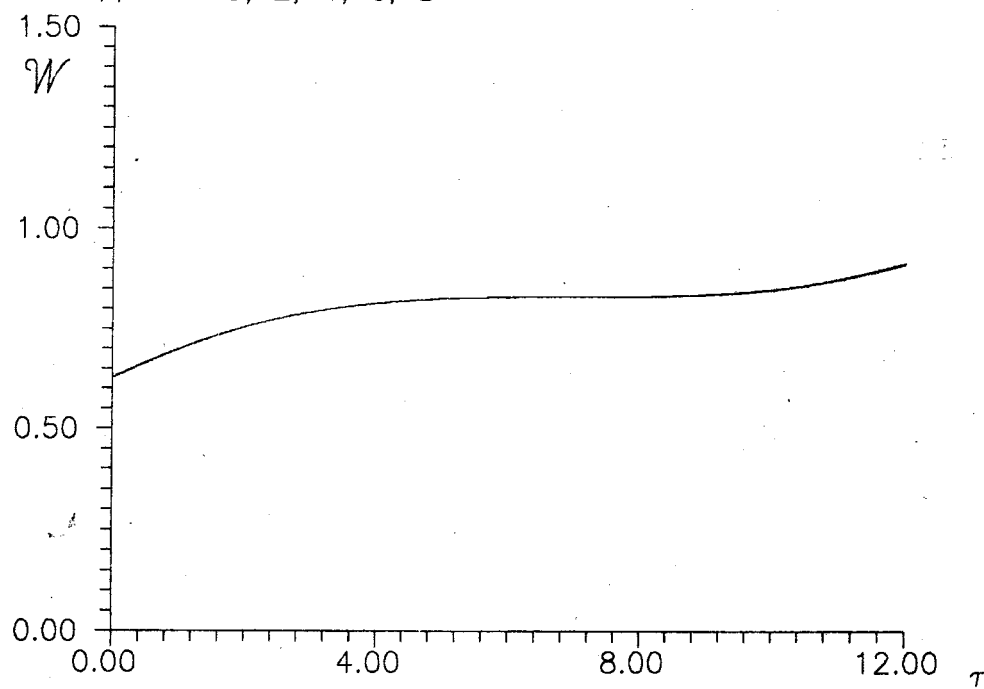


Рис.4 Зависимость энергии акустического импульса
от времени

которые усиливаются и сжимаются. При этом эффект является устойчивым и может быть использован для сжатия ультразвуковых импульсов. Скорость связанных электромагнитных волн оказывается на четыре порядка меньше скорости света в кристалле, что может открыть новые возможности для обработки сигналов миллиметрового и субмиллиметрового диапазонов электромагнитных волн.

Ввиду того, что значения g_i особенно велики в кристаллах с аномально большой диэлектрической проницаемостью, численную оценку выполним для кристалла $BaTiO_3$, который при $T < -90^\circ C$ обладает подходящей симметрией [8]. Учитывая, что в СВЧ диапазоне еще сохраняются аномально большие значения диэлектрических постоянных ($\epsilon_1 = 2000$ и $\epsilon_1 = 300$), а оценка $g_i \approx \epsilon_i^3/9$ для статических полей в случае параэлектриков с $\epsilon \gg 1$ достаточно хорошо подтверждена экспериментально [10]. При этом, хотя результаты прямых измерений g_i отсутствуют, нет оснований считать, что дисперсия g_i качественно отличается от дисперсии $\epsilon \gg 1$, которая наступает лишь на частоте порядка мягкой моды $> 10^{12} \text{с}^{-1}$ [11], [12]. Для $\rho = 5 \text{ г/см}^3$, $s = 4 \cdot 10^5 \text{ см/с}$, $\omega_2 = 2 \cdot 10^{12} \text{с}^{-1}$, $P = (c/4\pi)E_0^2 = 2 \cdot 10^2 \text{ МВт/см}^2$, $\omega_2 = 2 \cdot 10^{12} \text{с}^{-1}$ получаем для полуширины импульса $l = 0.5 \text{ см}$. Таким образом, рассмотренные эффекты доступны экспериментальному наблюдению.

Перечень ссылок

1. Бурлак Г.Н. Динамика уединенных акустоэлектромагнитных волн в кристаллах с нелинейной электрострикцией. //ЖЭТФ. -1990. -Т.97, -В.5. -С.1607—1615.
2. Буланчук О.Н., Бурлак Г.Н., Гримальский В.В. Формирование уединенных волн в кристаллах с нелинейной электрострикцией. //ЖТФ. -1992. -Т.62. -С.191—195.
3. Буланчук О.Н., Бурлак Г.Н. О возможности управления скоростью уединенных акустоэлектромагнитных волн в кристаллах с квадратичной электрострикцией. //УФЖ. -1991. -Т.36. -N7. -С.1095—1099.
4. Г.Н. Бурлак. Стохастический резонанс и самоорганизация при параметрическом взаимодействии. //Письма в ЖЭТФ. -1994. -Т.59, -В.9. -С.625—629.
5. Бурлак Г.Н., Гримальский В.В., Тараненко Ю.Н. О возможности управления движением акустоэлектромагнитных солитонов. //ЖТФ. -1986. -Т.56. -В.2. С.424—426.
6. Бурлак Г.Н., Коцаренко Н.Я., Тараненко Ю.Н. О возможности управляемого замедления световых импульсов в волоконных световодах. // Сб. тез. докл. XIV Всесоюзной конференции по акустоэлектронике и физической акустике твердого тела. г.Кишинев. -1989. -Ч.1. -С.34—37.
7. Федорченко А.М., Коцаренко Н.Я. Абсолютная и конвективная неустойчивость в плазме и твердых телах. -М.: Наука, 1982. -291с.
8. Акустические кристаллы. Под ред. М.И.Шаскольской. -М.: Наука, 1982. -386с.
9. Ахманов С.А., Хохлов Р.В. Проблемы нелинейной оптики. -М.: ВИНТИ, 1985. -312с.
10. Пекар С.И., Демиденко А.А., Здебский А.П. и др. Исследование электрострикционных констант I и II порядков в веществах с большой диэлектрической проницаемостью. //ДАН СССР. -1976. -Т.230, -В.5, -С.1089—1091.
11. Иона Ф., Ширани Д. Сегнетоэлектрические кристаллы. -М.: Мир, 1965. -555с.
12. Лайнс М., Гласс А. Сегнетоэлектрики и родственные им материалы. -М.: Мир, 1981. -735с.